Analyse des cinétiques unimoléculaires du premier ordre

Loi de vitesse pour la réaction élémentaire A $\rightarrow$ P

$$-\frac{d[A(t)]}{dt}=\frac{d[P(t)]}{dt}=k[A(t)] \tag{1}$$

$$-\int_0^t \frac{d[A(t')]}{dt'}=\int_0^t k[A(t')] \tag{2}$$

$$\int_0^t \frac{d[A(t')]}{[A(t')]}=-\int_0^t kdt' \tag{3}$$

$$\ln[A(t')]\,\Big|_o^t=-kt'\,\Big|_o^t \tag{4}$$

$$\ln[A(t)]-\ln[A(0)] = -kt - (-k0) \tag{5}$$

Condition initiale $[A(t=0)] = [A_o]$,

$$\ln[A(t)]-\ln[A_o] = \ln\{[A(t)]/[A_o]\} = -kt \tag{6}$$

$$[A(t)]/[A_o] = \exp(-kt) \tag{7}$$

$$[A(t)] = [A_o] \exp(-kt) \tag{8}$$

Maintenant, résoudre pour les produits :

$$\frac{d[P(t)]}{dt}=k[A(t)] = k\,[A_o] \exp(-kt) \tag{9}$$

$$\int_0^t d[P(t')] = k[A_o]\int_0^t \exp(-kt')dt' \tag{10}$$

$$[P(t')]\,\Big|_0^t = k[A_o]\frac{\exp(-kt')}{-k}\,\Big|_0^t \tag{11}$$

$$[P(t)] - [P(0)]= -[A_o]\ \{\exp(-kt) - \exp(0)\} \tag{12}$$

Avec condition initiale $[P(t=0)] = [P_o]$

$$[P(t)]= [P_o] + [A_o]\{1-\exp(-kt)\} \tag{13}$$

On trouve facilement que ces relations satisfont la loi de vitesse énoncée en (1)

$$-\frac{d[A(t)]}{dt} = -(-k)[A_o]\exp(-kt) = k[A(t)] \tag{14}$$

$$\frac{d[P(t)]}{dt} = 0+0-(-k)[A_o]\exp(-kt) = k[A(t)] \tag{15}$$

Graphiquement, on obtient pour $k = 1\ s^{-1}$ et $[P_o]=0$: